1. Введение

Использование макросистемного подхода к процессам ресурсообмена позволило получить оценки эффективности функционирования термодинамических и экономических систем в условиях ограниченной продолжительности (или интенсивности) протекающих в них процессов [1]. Эти процессы представляют собой процессы ресурсообмена, причем ресурсы подчиняются закону сохранения: общий запас ресурса в замкнутой системе во времени не изменяется. Это означает, что в ходе ресурсообмена между двумя подсистемами A и B запасы ресурса N_A и N_B связаны соотношением

$$\frac{dN_A}{dt} = -\frac{dN_B}{dt}. \tag{1}$$

Однако существует ресурс, для которого уравнение (1) не выполняется: этот ресурс – информация. Действительно, если подсистема A передает информацию подсистеме B, то запас информации у A не уменьшается, а у B – растет. Вместе с тем, общее количество семантической информации [2] в системе остается неизменным, изменяется только распределение информации по подсистемам. Далее рассмотрена математическая модель системы, в которой происходит обмен информацией и предложены показатели эффективности передачи информации, учитывающие ограничение на продолжительность процесса обмена. С использованием этой модели получены условия оптимальности для задачи определения интенсивности рекламной деятельности предприятия.

2. Математическая модель передачи информации

Рассмотрим систему, состоящую из двух подсистем A и B, обменивающихся друг с другом информацией. Каждая из подсистем заинтересована в решении определенных задач и характеризуется функцией P, описывающей результативность решения (экономический эффект, вероятность решения задачи и т. д.) в зависимости от имеющейся у подсистемы информации. В зависимости от вида этой функции подсистема заинтересована в передаче, получении или охране информации от другой подсистемы.

Пусть подсистема A передает информацию подсистеме B. Объем информации, находящийся в распоряжении подсистем, можно разделить на

- информацию, которая имеется только у подсистемы i ($i \in \{A, B\}$); обозначим запас такой информации K_i;
- информацию, переданную подсистеме B; обозначим количество этой информации J_A;
- информацию, которая воспринята подсистемой B (обозначим количество такой информации I) – эта информация является общей для подсистем A и B.

Результативность решения задач подсистемой A зависит от информации, имеющейся в ее распоряжении и переданной информации подсистеме B, однако эта подсистема не может контролировать восприятие информации подсистемой B. Поэтому целесообразно использовать оценку результативности подсистемой A, так что $P_A = P_A(K_A, J_A)$. Для подсистемы B зависимость результативности решения задач $P_B = P_B(K_B, I)$.

В замкнутой системе количества информации $K_A + J_A$, K_B не изменяются во времени, поэтому по одному аргументу из уравнений состояния можно сократить. Таким образом, уравнения состояния подсистем A, B, можно записать как

$$P_A = P_A(J_A) \quad P_B = P_B(I). \tag{2}$$

Введем также величину S_A, представляющую собой потери информации, то есть часть информации, которая была передана подсистемой A, но не воспринята подсистемой B.

Изменения величины P_i ($i \in \{A, B\}$) за счет обмена информацией представляют собой ценность информации [3]:

$$v_A = \frac{dP_A}{dJ_A}, \quad v_B = \frac{dP_B}{dI}. \tag{3}$$

Положительное значение v_i $i \in \{A, B\}$ соответствует положительной мотивации i-й подсистемы к обмену информацией, в случае, когда $v_i < 0$, i-я подсистема препятствует передаче или приему информации. Поэтому интенсивность потока информации $q_A(v_A, v_B)$ можно представить в простейшем случае как

$$q_A(v_A, v_B) = \alpha(v_A + v_B), \tag{4}$$

где α – размерный коэффициент пропорциональности.

Интенсивность потока информации q_A определяет изменение запасов информации у подсистемы A:

$$\frac{dJ_A}{dt} = -\frac{dK_A}{dt} = q_A(v_A, v_B). \tag{5}$$

Интенсивность получения информации подсистемой B $q_B < q_A(v_A,\, v_B)$, так как существует доля информации, не воспринимаемая получателем [4]. Эта доля возрастает с увеличением интенсивности информационного потока. При обратимом процессе обмена информацией, когда $q_A = 0$, вся переданная информация может быть воспринята; в случае, когда $q_A \to \infty$, доля воспринимаемой информации стремится к нулю:

$$q_B = p(q_A)q_A; \quad \lim_{q_A \to 0} p(q_A) = 1, \quad \lim_{q_A \to \infty} p(q_A) = 0. \tag{6}$$

Величина $p(q_A)$ может иметь вероятностный смысл, как вероятность того, что элементарное количество информации, отправленное подсистеме B, будет ею воспринято. Одной из возможных функций $p(q_A)$ является экспоненциальная

$$p(q_A) = e^{-kq_A}. \tag{7}$$

В каждый момент времени значение p показывает эффективность процесса обмена, однако среднее значение p за все время процесса неинформативно. Для определения показателя эффективности информационного обмена запишем баланс для величины $S_A = J_A - I$:

$$\frac{dS_A}{dt} = (1 - p(q_A))q_A = \sigma > 0. \tag{8}$$

Величина σ представляет собой скорость потерь информации за счет необратимости, связанной с восприятием информации. По аналогии с термодинамическими и экономическими системами эту величину можно назвать диссипацией информации.

3. Предельная эффективность информационного обмена в замкнутой системе

Рассмотрим замкнутую систему, состоящую из двух подсистем A и B. Пусть в системе осуществляется передача информации от A к B так, что оценка информации у B связана с его тезаурусом:

$$v_B = v_B(I). \tag{9}$$

Это означает, что B рассматривается как пассивная подсистема с заданной функцией $P_B(I)$, а A – как активная подсистема, имеющая возможность произвольно изменять v_A. В качестве критерия оптимальности выберем среднее за промежуток времени τ значение диссипации информации $\bar{\sigma}$. Задачу активной подсистемы можно формализовать следующим образом:

$$\bar{\sigma} = \int_0^\tau \left[1 - p\Big(q_A(v_A, v_B(I))\Big)\right] q_A(v_A, v_B(I))dt \to \max_{v_A} \tag{10}$$

при условии

$$\dot{I} = p\Big(q_A\big(v_A, v_B(I)\big)\Big) q_A\big(v_A, v_B(I)\big), \quad I(0) = I_0, \quad I(\tau) = I_F. \tag{11}$$

Значение I_F задано, так как общее количество доведенной до B информации фиксировано.

Поскольку направление потока информации в ходе процесса не изменяется, можно провести замену переменной интегрирования в задаче (16), (11):

$$dt = \frac{dI}{p(q_A(v_A, v_B(I)))q_A(v_A, v_B(I))}. \tag{12}$$

С учетом этой замены задача примет изопериметрическую форму. Учтем также, что управление v_A не содержится явно в задаче (16), (11). Поэтому, в качестве управления можно использовать поток информации q_A. Перепишем постановку задачи:

$$\int\limits_{I_0}^{I_F} \frac{1 - p(q_A)}{p(q_A)} dI \to \max_{q_A} \quad \Bigg| \quad \int\limits_{I_0}^{I_F} \frac{dI}{p(q_A)q_A} = \tau\ . \tag{13}$$

Функция Лагранжа для этой задачи имеет вид

$$L = \frac{1}{p(q_A)} \left[1 - p(q_A) - \frac{\lambda}{q_A} \right], \tag{14}$$

а условие $\frac{dL}{dq_A} = 0$, определяющее оптимальное решение, приводит к требованию

$$\frac{1}{q_A} \left[\frac{1}{E(q_A)} + 1 \right] = \frac{1}{\lambda} = \text{const}, \tag{15}$$

где $E(q_A) = \frac{dp}{dq_A}\frac{q_A}{p}$ представляет собой величину эластичности восприятия информации пассивной подсистемой. Для зависимости $p(q_A)$ вида (7) решение задачи имеет вид

$$\frac{1 - kq_A}{q_A} = \text{const}.$$

Это решение совместно с ограничением на время процесса позволяет найти оптимальную зависимость $v_A(I)$, а с учетом (12) искомую функцию $v_A(t)$. Математическая модель информационного обмена может использоваться при решении задач о предельных возможностях систем автоматического обучения [6] при ограничении на продолжительность процесса. В существующих моделях параметром эффективности процесса является точность – вне зависимости от времени, необходимого системе для ее движения. В ряде приложений: задачи поиска/классификации [7], распределение вычислительных нагрузок в параллельных и GRID системах [8],[9], вопросы максимальной эффективности системы обучения при фиксированной интенсивности информационных потоков становятся актуальными. В последнее время рассматриваются задачи автоматизированного формирования навыков в образовательных системах, однако применение формальных методик в педагогике должно быть хорошо обоснованным, а их использование – ограничено конкретными задачами.

4. О рекламе

Процесс передачи информации имеет важное значение в экономических системах. Так, например, основной задачей PR и рекламы является передача информации потребителю о предприятии и производимом им товаре. Учитывая, что потребитель обычно не заинтересован в получении этой информации ($v_B \approx 0$), предприятие должно не только обеспечить передачу информации, но и обеспечить восприятие ее потребителем. Рассмотрим задачу выбора оптимального режима рекламной деятельности предприятия. Будем считать, что ценность информации для потребителя v_B – заданная функция времени. Управлением является интенсивность передачи информации предприятием q_A. Критерий оптимальности – объем воспринятой потребителем информации за заданное время τ ; ограничение накладывается на объем переданной информации за то же время, что косвенно характеризует затраты на рекламу [5]. Таким образом, задача имеет вид:

$$\int_0^\tau q_B(q_A)dt \to \max_{q_A} | \int_0^\tau q_A dt = q_0. \tag{16}$$

Решение этой задачи определяется условием равенства нулю функции Лагранжа:

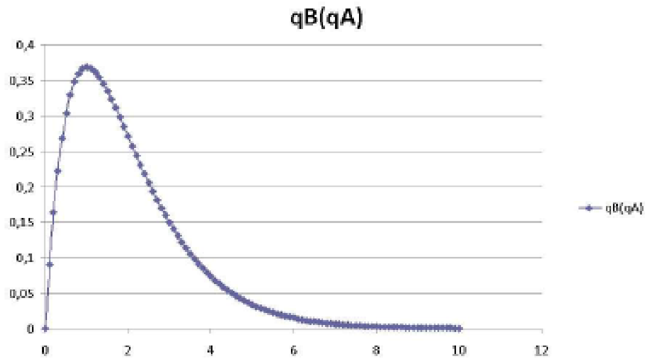
$$L = p(q_A)q_A - \lambda q_A,$$

$$\frac{dL}{dt} = \frac{dp}{dq_A} q_A + p(q_A) - \lambda = 0. \tag{17}$$

С учетом зависимости (7) уравнение (17) примет вид:

$$e^{-kq_A}(1 - kq_A) = \lambda.$$

График зависимости величины q_B от q_A показан на рисунке.



В случае, когда оценка ценности потребителем не постоянна, а зависит от уже воспринятой им информации, задача сводится к виду (16, 11).